

L'INTÉGRALE DE FOURIER
ET QUESTIONS QUI S'Y RATTACHENT

LEÇONS PROFESSEES
À L'INSTITUT MITTAG-LEFFLER

PAR

T. CARLEMAN

UPPSALA 1967

ALMQVIST & WIKSELIJS BOKTRYCKERI AB

PRÉFACE.

J'ai réuni dans cet ouvrage, avec quelques compléments, un résumé des leçons que j'ai faites à l'Institut Mittag-Leffler pendant l'année 1935 sur certaines recherches modernes concernant l'intégrale de Fourier. Ce sont avant tout les travaux fondamentaux dans ce domaine de M. Wiener qui ont attiré mon attention et j'ai essayé d'exposer certains faits importants de la théorie de l'intégrale de Fourier en faisant intervenir autant que possible la théorie des fonctions analytiques et les méthodes de la théorie des équations intégrales.

T. CARLEMAN.

TABLES DES MATIÈRES.

	Page
Préface	3
Introduction	5
CHAPITRE I.	
§ 1. Déduction formelle de l'intégrale de Fourier	7
§ 2. Conditions classiques pour la validité des formules précédentes	8
§ 3. Un théorème de Weierstrass avec applications aux procédés de sommation pour l'intégrale de Fourier	13
§ 4. Étude du cas où $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx$ et $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) ^2 dx$ existent	18
§ 5. Étude des suites de fonctions à carré intégrable	21
§ 6. Transformées de Fourier des fonctions à carré intégrable. Théorème de M. PIANCHEREL	30
CHAPITRE II.	
Sur l'application de la théorie des fonctions analytiques dans la théorie des transformées de Fourier	36
§ 1. Remarques générales	36

L'intégrale de Fourier et questions qui s'y rattachent 119

§ 2. Théorèmes sur le prolongement analytique 38

§ 3. Décomposition d'une fonction de variable réelle en une différence de deux fonctions régulières dans les demi-plans $\dot{I}[z] > 0$ resp. $\dot{I}[z] < 0$ 42

§ 4. Théorème de Fourier pour une paire de fonctions analytiques, régulières dans les demi-plans $\dot{I}[z] > 0$ et $\dot{I}[z] < 0$ 47

CHAPITRE III.

Sur certains systèmes d'équations intégrales et problèmes d'approximation qui s'y rattachent 53

CHAPITRE IV.

Transformées de Fourier des fonctions absolument intégrables 66

CHAPITRE V.

§ 1. Les théorèmes de M. Wiener 71

§ 2. Applications: Théorème de M. Littlewood, Théorème de M. Ikehara 82

CHAPITRE VI.

Le spectre d'une fonction de variable réelle dans l'intervalle $(-\infty, \infty)$. Polynômes trigonométriques. Théorème de M. Bochner. Les fonctions presque-périodiques de M. Bohr 91

NOTE I.

Remarques sur les suites de fonctions bornées et faiblement convergentes en moyenne 108

NOTE II.

Sur la résolution de l'équation intégrale

$$\int_{-\infty}^{\infty} K(x-y)\varphi(y)dy = 0 \dots\dots\dots 111$$